# Zeitvarianzen durch Temperaturveränderung bei sequentiellen sphärischen Mikrofonarrays im Plane Wave Decomposition Verfahren

Benjamin Bernschütz<sup>1,3</sup>, Christoph Pörschmann<sup>1</sup>, Sascha Spors<sup>2</sup>, Stefan Weinzierl<sup>3</sup>

<sup>1</sup>FH Köln, Institut für Nachrichtentechnik, Email: benjamin.bernschuetz@fh-koeln.de, christoph.poerschmann@fh-koeln.de

 $^2 Deutsche Telekom Laboratories / Technische Universität Berlin, Email: sascha.spors@telekom.de$ 

 $^3$  Technische Universität Berlin, Fachgebiet Audiokommunikation, Email: stefan.weinzierl@tu-berlin.de

### Einleitung

Sequentielle Mikrofonarrays besitzen im Vergleich zu konventionellen Mikrofonarrays eine geringe Anzahl von Mikrofonen, die mechanisch an die benötigten räumlichen Abtastpunkte bewegt werden, um sequentiell Raumimpulsantworten zu erfassen. Da die Messungen aber nicht gleichzeitig erfolgen, ist mit Zeitvarianzen des Mediums und Messraumes zu rechnen. Insbesondere kann es zu Temperaturveränderungen im Medium über den Messzeitraum kommen. Theorie und Grundlagen zum Arrayprocessing werden in [1] und [2] beschrieben. Die Fourierkoeffizienten im sphärischen Wellenspektrum  $P_{nm}$  bei raumdiskreter Abtastung des Schallfeldes approximieren wir nach [2]:

$$P_{nm} \approx \sum_{s=1}^{S} \beta(\Omega_s) \ p(\omega, r, \Omega_s) \ Y_n^{m^*}(\Omega_s). \tag{1}$$

Dabei sind  $p \in \mathbb{C}$  der Schalldruck in Betrag |p| und Phase  $\Phi(p)$ ,  $\omega$  die Kreisfrequenz, r der Arraymessradius, c die Schallgeschwindigkeit,  $Y_n^{m^*}$  die konjugiert komplexen sphärischen Harmonischen und  $\Omega_s \equiv (\vartheta_s, \varphi_s)$  der Raumwinkel bestehend aus Elevation  $\vartheta_s$  und Azimuth  $\varphi_s$ . S ist die Anzahl der raumdiskreten Abtastpunkte des Mikrofonarrays und  $\beta(\Omega_s)$  ein quadraturspezifischer Gewichtungsfaktor. Das Array liefert als Ausgangssignal y die Zerlegung in ebene Wellen bezüglich der Richtung  $\Omega_L \equiv (\vartheta_L, \varphi_L)$ :

$$y = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-n}^{n} Y_n^m(\Omega_L) \frac{P_{nm}}{b_n(\frac{\omega}{c} r)}.$$
 (2)

Für ein Open Sphere Array mit Druckempfängern gilt z.B.  $b_n(\frac{\omega}{c}r) = 4\pi i^n j_n(\frac{\omega}{c}r)$  [2], mit  $i = \sqrt{-1}$  und  $j_n(\frac{\omega}{c}r)$  als sphärische Besselfunktion der ersten Art.

#### Temperatureinfluss

Im Raum wird nun o.B.d.A. eine linear ansteigende Temperaturveränderung T(t) der Größe  $\Delta T$  über den Messzeitraum angenommen.  $T(t_s)$  ist die momentane Temperatur zu dem Abtastzeitpunkt, an dem der Abtastpunkt mit Index *s* erfasst wird. Während der Abtastung selbst sei die Temperatur konstant. Zur weiteren Vereinfachung gelte  $\nabla T(x, y, z) = 0$ , die Temperatur sei zwar zeitabhängig, aber zu jedem Zeitpunkt im gesamten Raum identisch. Der Raum sei frei von Luftströmung. Mit der Temperatur ändert sich die Schallgeschwindigkeit. So ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit  $c(t_s)$ abhängig vom Zeitpunkt der Abtastung  $t_s\colon$ 

$$c(t_s) \approx \sqrt{\frac{\kappa \ R \ T(t_s)}{M}}.$$
(3)

mit  $R = 8.3145 \ J/(mol k)$ ,  $\kappa = 1.402 \ und M = 0.02896 \ kg/mol$  in Luft. Dadurch kommt es zu einer veränderten Phase  $\Phi(p)$  an den räumlichen Abtastpunkten. Wir betrachten nun den Fehler der Arrayantwort  $E_{\Delta T}$ , der in Blickrichtung  $\Omega_L$  aufgrund einer Temperaturänderung auftritt:

$$E_{\Delta T} = \left| \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-n}^{n} \sum_{s=1}^{S} \beta(\Omega_s) Y_n^{m^*}(\Omega_s) Y_n^m(\Omega_L) - \frac{p(\omega, c(t_s), r, \Omega_s) - p(\omega, \bar{c}, r, \Omega_s)}{b_n(\frac{\omega}{\bar{c}} r)} \right|.$$
(4)

Dabei sei  $\bar{c} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^{S} c(t_s)$  das arithmetische Mittel aller  $c(t_s)$ . Wir definieren als Vergleichskriterium die maximale Abweichung für alle  $\Omega_L \in ([0, 180^\circ], [0, 360^\circ])$ :

$$\hat{E}_{\Delta T} = \max_{\Omega_L} \ E_{\Delta T}.$$
(5)

#### Simulationen

Das Array wurde in der Simulation einer normierten zeitstationären ebenen Welle im Spektrum  $kr \in [0,7]$ ,  $k = \frac{\omega}{c}$ , aus Richtung  $\Omega = (90^{\circ}, 180^{\circ})$  ausgesetzt. Alle Simulationen werden jeweils für ein *Open Sphere* Array mit Druckempfängern und Lebedev Quadraturen durchgeführt. Der Zusammenhang zwischen der Tempe-



**Abbildung 1:** Simulation  $\hat{E}_{\Delta T}$  in einem 86 Punkte Grid. Für verschiedene  $\Delta T$  und N.

raturänderung und dem Fehler ist direkt proportional  $\hat{E}_{\Delta T}(k) \sim \Delta T$ , d.h. eine Verdopplung der Temperaturdifferenz führt zu einem Anstieg des Fehlers um 6 dB. Der Fehler steigt zudem mit fallendem kr an. Die Flankensteilheit hängt von der Ordnung der Zerlegung ab und ergibt sich zu  $(N-1) \cdot 6$  dB/oct für  $N \geq 2$  und 0 dB sonst. Das Open Sphere Array mit Druckempfängern stellt den ungünstigsten Fall dar und weist neben dem tieffrequenten Fehleranstieg um die Polstellen bei  $b_n = 0$  einen starken lokalen Anstieg des Fehlers auf. Diese Peaks treten bei anderen Arraykonfigurationen nicht auf.



**Abbildung 2:** Simulation einer Arrayantwort  $y(\Omega_L, k)$  mit N=7 auf eine ebene Welle aus  $\Omega = (90^\circ, 180^\circ)$  für  $\Omega_L = (90^\circ, \varphi_L)$ , mit  $\varphi_L = [0^\circ, 360^\circ]$ . Abgetastet auf einem 86 Punkte Lebedev Grid (a) Ideal  $\Delta T = 0$  K (b)  $\Delta T = 1$  K (c)  $\Delta T = 2$  K (d)  $\Delta T = 4$  K



**Abbildung 3:** Simulation  $\hat{E}_{\Delta T}$  mit  $\Delta T = 1$  K für verschiedene Ordnungen eines Lebedev Grids.



**Abbildung 4:** Simulation  $\hat{E}_{\Delta T}$  mit  $\Delta T = 1$  K für verschiedene Abtastreihenfolgen: Steigende Azimutwinkel (Seq. Azim.) und gleichverteilte Randomisierungen für (a) 86 und (b) 194 räumliche Abtastpunkte.

## Experimentelle Untersuchungen

Neben den Simulationen wurden empirische Untersuchungen durgeführt. Dazu wurden verteilte Heizquellen (PAR56 Scheinwerfer) in einem reflexionsarmen Raum aufgestellt. Ein Lautsprechersystem (AD-Systems Flex15) erzeugte Wellenfronten aus 180°AZ/90°EL. Die Arraymessung erfolgte mit einem sequentiellen Mikrofonarray (VariSphear) incl. Niere Großmembran (Microtech Gefell M900) auf einem Lebedev 86P-Grid mit r = 0.25 m (Open Sphere). In der Plane Wave Decomposition ist das arithmetische Mittel des gemessenen Temperaturverlaufes aus Abb. 5 verwendet worden.



**Abbildung 5:** Versuchsaufbau im reflexionsarmen Raum und Temperaturverlauf über den Abtastpunkten (sortiert nach steigenden Azimutwinkeln), Abweichung gesamt  $\Delta T = 4.7$  K.



**Abbildung 6:** Real gemessene Arrayantwort mit N = 5, r = 0.25 m auf die Wellenfront aus 180°AZ/90°EL bei verschiedenen kr. Die obere Reihe zeigt Antworten bei konstanter Temperatur und die untere Reihe Anworten mit einer deutlichen Temperaturveränderung um  $\Delta T = 4.7$  K während der Messung. Die daraus resultierenden Fehler sind insbesondere bei kr = 1.65 zu erkennen. Hier kommt es bezogen auf die normierte Welle zu einem Beitrag von  $\hat{E}_{\Delta T} \approx -19$  dB, was sich gut mit den Simulationen deckt, vgl. Abb. 1(b). Für kr < 1.5sind zunehmend größere Fehler zu erwarten. Jedoch beginnt die Antwort wegen des zu geringen Signal-Rauschabstands (für N = 5) ohnehin bereits deutlich aufzubrechen. Die Maximalordnung muss reduziert werden, um eine definierte Arrayantwort zu erhalten. Damit sinkt aber auch der Fehler  $\hat{E}_{\Delta T}$ .

### Schlussbetrachtung

Temperaturveränderung während der Messung reduzieren den White Noise Gain (WNG) [2] bei sequentiellen Arrays, und zwar insbesondere im unteren kr-Band. In Simulationen wurden die Auswirkungen in Art und Größenordnung betrachtet. Empirische Versuche zeigten, dass Messungen mit relativ geringen Temperaturschwankungen (z.B.  $\Delta T < 1 \,\text{K}$ ) in der Praxis durchaus vertretbar sind, da der WNG bei geringem kr durch andere Faktoren wie insbesondere dem geringen Signal-Rauschabstand höherer Moden noch deutlich stärker beeinflusst wird. In kr-Bereichen, in denen reale Temperaturveränderungen zu einer undefinierten Antwort führen würden, muss die Zerlegung also ohnehin in der Maximalordnung reduziert werden. Die Temperaturschwankungen sollten aber insgesamt klein gehalten werden, da sie den WNG auf der vollen kr-Bandbreite verringern. Der Temperaturverlauf sollte immer parallel zur sequentiellen Arraymessung erfasst und aufgezeichnet werden.

#### Literatur

- William, E.G.: Fourier Acoustics. Academic Press, San Diego, 1999
- [2] Rafaely, B.: Analysis and design of spherical microphone arrays. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing 2005, vol. 13, no. 1, pp. 135–143